

Шифр:

А-33

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап

2018/2019

Ленинградская область

Район Всеволожский

Школа МОУ "СОШ пос. им. Морозова"

Класс 9 "А"

ФИО Сироткин Никита

Андреевич

1	2	3	4	5	Σ
7	5	0	x	1	13

A-33

№1

Т.к. $f(x)$ и $g(x)$ - ^{кв.} трёхчлены, имеющие по 2 корня; то можно разложить по формуле кв. трёхчлена:

$$f(x) = (x - l_1)(x - l_2)$$

$$g(x) = (x - l_3)(x - l_4); \text{ где } l_1; l_2; l_3; l_4 - \text{корни.}$$

по условиям задачи:

$$\begin{cases} (1 - l_1)(1 - l_2) = (2 - l_3)(2 - l_4) \\ (2 - l_1)(2 - l_2) = (1 - l_3)(1 - l_4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - l_1 - l_2 + l_1 l_2 = 4 - 2l_3 - 2l_4 + l_3 l_4 \\ 4 - 2l_1 - 2l_2 + l_1 l_2 = 1 - l_3 - l_4 + l_3 l_4 \end{cases}$$

$$-3 + l_1 + l_2 = 3 - l_3 - l_4$$

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 6$$

$$x_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 6$$

Ответ: 6

№2

Т.к. есть фраза "Мое число меньше 1"; то ясно, что человек, сказавший эту фразу - лжец, т.к. если число < 1 ; то это никак не может быть больше числа от 1 до 10;

Аналогично с фразой "Мое число меньше 2".

Получаем, что лжецов как минимум 2; след. правду не больше 8.

Загаданное число: 2 3 4 5 6 7 8 9

Большее число: 1 2 3 4 5 6 7 8

Меньшее число: 3 4 5 6 7 8 9 10

можно найти решение фраз и числа с & разгадками.

шег., макс. число разгаданных - 8

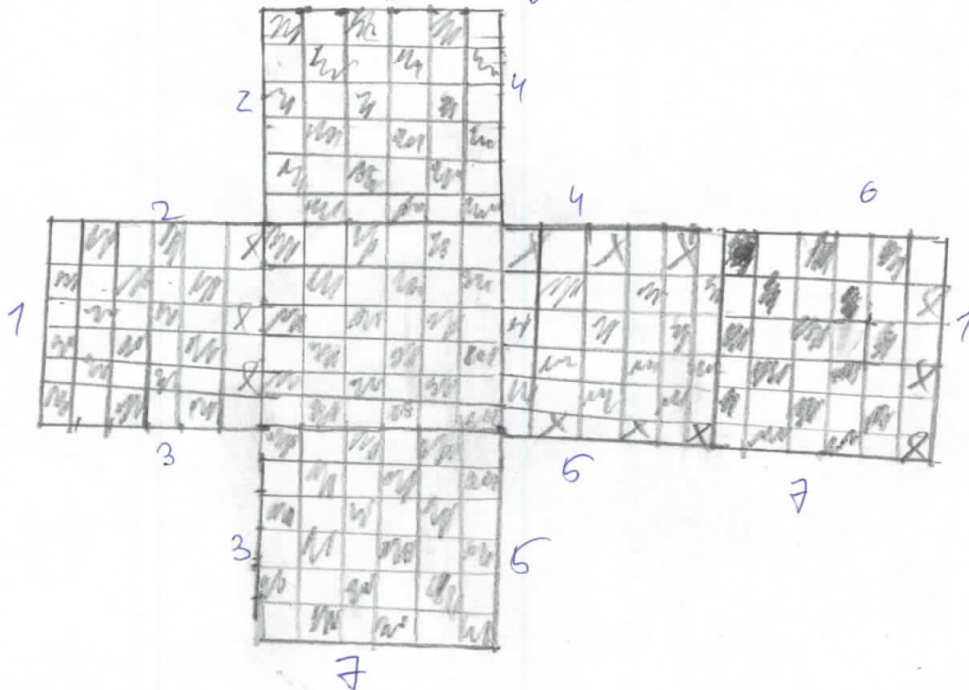
Ответ: 8

№ 9.5

Наибольшее кол-во закр. клеток, не имеющих друг с другом общей стороны можно получить, если раскрывать в шахматном порядке.

Однако, в к. от куба, то при шахм. порядке могут быть клетки на разных гранях могут иметь общую сторону.

Рассмотрим на примере куба 6x6x6:



Таким образом, получ. формулу наиб. кол-ва закр. клеток: $\frac{6l^2}{2} - \frac{4l}{2} = 3l^2 - 2l$; где l - длина стороны (сторона (четная));

подставляем:

$$3 \cdot 1000^2 - 2000 = 2\,998\,000 \text{ кл.}$$

Ответ: 2 998 000 клеток

№ 9.3

Возможны 2 варианта:

1) $n_{100} < n_1$, тогда один из остатков - n_{100} .

Получается, что числа разн. в порядке убывания, т.к. если бы числа-исключения было бы $>$ трехзначное, тогда было бы 3 остатка, но не 2.

2) $n_{100} > n_1$; тогда также числа разн. в порядке убывания, только $n_{100} > n_{99}$ тогда один из остатков - n_{99} .

Итак, в любом случае числа разн. в порядке убывания, таким образом Петя будет иметь меньше на большее, а т.к. при ген. меньше на большее остаток = меньшему и все числа разные (по условию), значит, все остатки будут разными, и т.д.

6	7	8	9	10	Σ
6	7	X	X	0	13

№ 9.6.

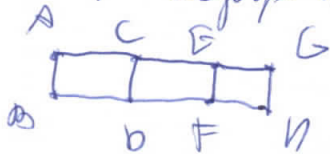
Пусть I число = $100+n$; II - $101+n$; III - $102+n$; IV - $103+n$ (n - натуральное число)

1) Если n - нечет, то рассмотрим первое 3 числа; получим:
 $3 \cdot 3 + 3n = 3 \cdot (101+n)$; так n - нечет; то $101+n$ - чет; следовательно $3 \cdot (101+n)$ дел. на 2; но оно представлено как $3 \cdot 2 \cdot k$ (k - натуральное)

2) Если n - чет, то рассмотрим второе 3 числа; получим:
 $3 \cdot 6 + 3n = 3 \cdot (102+n)$; так n - чет, то $102+n$ - чет; следовательно $3 \cdot (102+n)$ дел. на 2; но оно представлено как $3 \cdot 2 \cdot k$.
 Итак, можно выбрать 3 числа так, чтобы их сумма = $3 \cdot 2 \cdot k$; т.е. произведению 3 натуральн. чисел больше 1; и.т.д.

№ 9.7.

можно подобрать пример:



Прямоугольники: $ABHG$;
 $ABPC$; $CDPE$; $EFHG$;
 $ABFE$; $CPHG$

не может

Ответ: может

№ 9.10

Петя может написать 100 цифровых чисел = 0,01;
тогда Вова может составить eq. пары - 0,01 и 0,01; итд.
На доске окажется ~~0,0000~~ 0,0001

Итого: 0,0001

✗